



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

مواصفات الاختبار: اختبار الإمارات القياسي (EmSAT) لقياس التحصيل في مادة الرياضيات يقيّم مدى استعداد المتقدم للاختبار لدراسة الرياضيات على مستوى الكلية أو الجامعة. الاختبار إلكتروني بحيث تم توزيع أجزاء الاختبار والأسئلة والاختيارات بشكل عشوائي. يتم توقيت زمن الاختبار عن طريق الكمبيوتر ويمكن للمختبر متابعة مرور الوقت خلال سير الاختبار.

هذا الاختبار تكيفي. حيث يتم تخصيص أسئلة الاختبار وصعوبتها لكل متقدم للاختبار بصورة مستقلة. عندما يجابو المتقدم للاختبار على سؤال ما بصورة صحيحة، سوف يظهر له السؤال التالي أكثر صعوبة، وعندما يجابو على سؤال ما بصورة غير صحيحة، سوف يظهر له السؤال التالي أسهل. هذه العملية من الموازنة المتواصلة سوف توفر أسئلة أكثر ملائمة لكل متقدم للاختبار، وهذا يرفع فرصهم لأداء أفضل ما لديهم ويوفر صورة أكثر دقة عن قدراتهم.

| | |
|----------------|------------------------------|
| مدة الاختبار: | 90 دقيقة |
| عدد الأسئلة: | 40 سؤال |
| مجالات المحتوى | الجبر - الهندسة - الإحصاء |
| أنواع الأسئلة | اختيار من متعدد وإملا الفراغ |



| اختبار الامارات القياسي – مادة الرياضيات | |
|--|---|
| الدرجة | توصيف الدرجات |
| 1750 – 2000 | يُظهر الطالب في هذا المستوى إتقاناً كافياً للمستويات العليا في الجبر والهندسة وأساسيات التفاضل والتكامل مما يمكنه من الالتحاق مباشرة في مساقات التفاضل والتكامل (2). |
| 1500 – 1725 | يُظهر الطالب في هذا المستوى إتقاناً كافياً في الجبر والهندسة مما يمكنه من الالتحاق مباشرة في مساقات التفاضل والتكامل على المستوى الجامعي. |
| 1100 – 1475 | يُظهر الطالب في هذا المستوى فهماً كافياً في الجبر والهندسة للمشاركة في برامج ما قبل التفاضل والتكامل أو ما يشابهها على مستوى البكالوريوس. يُوصى بتحضيرات إضافية للطالب الذي يرغب بالتخصص في برنامج STEM. |
| 700 – 1075 | يُظهر الطالب في هذا المستوى بعض الفهم في الجبر والهندسة التطبيقية. يحتاج الطالب في هذا المستوى إلى المزيد من دروس الرياضيات التحضيرية قبل التسجيل في مقررات الرياضيات لمستوى السنة الأولى من البكالوريوس. |
| 500 – 675 | يُظهر الطالب في هذا المستوى بعض الفهم العددي لكن فهماً محدوداً جداً في أساسيات الجبر ومفاهيم الهندسة. يحتاج الطالب إلى المزيد من الدروس والدعم في أساسيات الحساب والجبر والهندسة قبل أن يشارك دروس الرياضيات بالمستوى الجامعي. |
| < 500 | يُظهر الطالب في هذه المستوى مقدرة بسيطة أو عدم مقدرة لتطبيق مفاهيم الرياضيات الأساسية عند مستوى القبول في الجامعة. يحتاج الطالب في هذا المستوى إلى تحسين كبير وملحوظ في فهمهم الرياضي قبل أن يشارك دروس الرياضيات بالمستوى الجامعي. |



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

الملحق 1 : مجالات المحتوى

مجال المحتوى 1: الجبر

- إنشاء ومقارنة النماذج الخطية والأسية وحل المسائل
- تفسير التعبيرات عن الدوال من حيث الحالات التي تمثلها
- توسيع مجال الدوال المثلثية باستخدام دائرة الوحدة
- نمذجة الظواهر الدورية باستخدام الدوال المثلثية
- إثبات وتطبيق المتطابقات المثلثية
- توسيع خصائص الأسس للأسس النسبية
- استخدام خصائص الأعداد النسبية وغير النسبية
- التفسير الكمي واستخدام الوحدات لحل المسائل
- تنفيذ العمليات الحسابية على الأعداد المركبة
- تنفيذ العمليات الرياضية على المتجهات
- تنفيذ العمليات الرياضية على المصفوفات واستخدام المصفوفات في التطبيقات
- حل مسائل في النهايات
- حل المسائل الأساسية في الاشتقاق
- حل المسائل الأساسية في التكامل
- تفسير تركيب التعبيرات الجبرية
- كتابة التعبيرات الجبرية في أشكال متكافئة لحل المسائل الرياضية
- إجراء العمليات الحسابية على كثيرات الحدود
- فهم العلاقة بين أصفار وعوامل كثيرات الحدود
- استخدام حقائق كثيرات الحدود لحل المسائل
- إعادة كتابة دالة نسبية
- تكوين معادلات تصف أرقام أو علاقات
- فهم حل المعادلات كطريقة لتفسير التبريرات وشرحها
- حل المعادلات والمتباينات في متغير واحد
- حل أنظمة المعادلات
- تمثيل وحل المعادلات والمتباينات بيانياً
- فهم مفهوم الدالة واستخدام رمز الدالة
- تفسير الدوال التي تنشأ في التطبيقات من خلال السياق
- تحليل الدوال باستخدام تمثيلات مختلفة
- بناء دالة تُشكل علاقة بين كميتين
- بناء دوال جديدة من دوال موجودة



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

مجال المحتوى 2: الهندسة

- تطبيق علم حساب المثلثات على المثلثات بشكل عام
- فهم وتطبيق نظريات الدوائر
- التحويل بين الوصف الهندسي ومعادلة القطع المخروطي
- استخدام الإحداثيات لإثبات نظريات هندسية بسيطة جبرياً
- شرح صيغ الحجم واستخدامها في حل المسائل
- تصور العلاقات بين الأشكال ثنائية الأبعاد والأجسام ثلاثية الأبعاد
- التحويلات للأشكال ثلاثية الأبعاد
- فهم التطابق من التحويلات
- اثبات النظريات الهندسية
- فهم التشابه من خلال تحويلات التشابه
- إثبات النظريات متضمنة التشابه
- معرفة النسب المثلثية وحل المسائل المتضمنة مثلثات قائمة الزاوية

مجال المحتوى 3: الإحصاء

- فهم الحوادث المستقلة والاحتمالات الشرطية واستخدامها لتفسير البيانات
- استخدام قواعد الاحتمال لحساب احتمالات الأحداث المركبة في نموذج إحصائي مُوحد
- حساب القيم المتوقعة واستخدامها في حل المسائل
- استخدام الاحتمالات لتقييم مخرجات القرارات
- تلخيص و تمثيل وتفسير البيانات لمتغير واحد
- تلخيص و تمثيل وتفسير البيانات على إثنين من المتغيرات الكمية والفئوية.
- تفسير النماذج الخطية
- فهم وتقييم العمليات العشوائية التي تقوم عليها التجارب الإحصائية
- صياغة الاستدلالات وتبرير النتائج من عينات الدراسات الاستقصائية، والتجارب والدراسات المعتمدة على الملاحظة.



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

1. What is the solution set of the the following equation?

ماهي مجموعة الحل للمعادلة التالية؟

$$4x^2 + 4x = 2^{-6}$$

A.

{-1, -3}

B.

{1, -3}

C.

{-1, 3}

D.

{1, 3}

2. Identify the quadrant when the sum of the complex numbers $3 + 2i$ and $6 - 4i$ is graphed.

في أي ربع بياني سنرسم حاصل جمع الأعداد

المركبة $3 + 2i$ و $6 - 4i$ ؟

A.

IV

B.

III

C.

II

D.

I



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

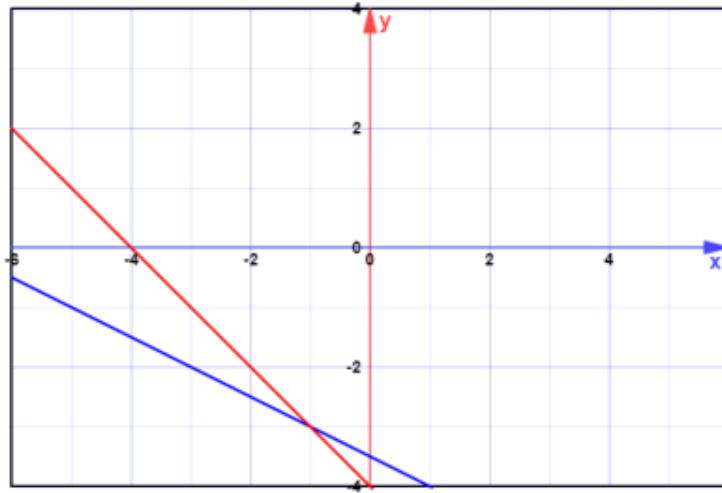
Appendix 2: Sample Item Types

3. The graphs for $L1$ and $L2$ are shown below.

يوضح الشكل أدناه الرسم البياني لـ $L1$ و $L2$

How is this system of equations classified?

كيف يتم تصنيف المعادلات في هذا النظام؟



- A. Consistent independent ثابت مستقل
- B. Inconsistent متعارض
- C. Consistent dependent ثابت تابع



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

4. The heights of boys in a grade 10 class are normally distributed with a mean of 168 cm and a standard deviation of 2.5 cm.

يعتبر توزيع أطوال الطلاب في الصف 10 توزيعاً معيارياً، بمتوسط مقداره 168 سم وانحراف معياري 2.5 سم.

In which range do 95% of the heights approximately fall?

ما هو المدى الذي تقع فيها 95% من الأطوال تقريباً؟

- A.
- B.
- C.
- D.

5. Simplify.

بَسِّط.

$$i^{37}$$

- A.
- B.
- C.
- D.



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

6. Line segment $\overline{A'B'}$ has endpoints $A'(4, -2)$, $B'(16, 14)$ and is the image of \overline{AB} after a dilation of $\frac{1}{2}$ centered at the origin.

القطعة المستقيمة $\overline{A'B'}$ طرفيها $A'(4, -2)$, $B'(16, 14)$ وهي صورة للقطعة المستقيمة \overline{AB} بعد تمدد معاملته $\frac{1}{2}$ حول نقطة الأصل.

What is the length of \overline{AB} ?

ما هو طول \overline{AB} ؟

- A.
- B.
- C.
- D.



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

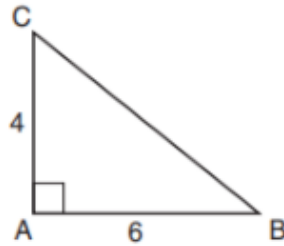
Appendix 2: Sample Item Types

7. In the diagram below, right triangle ABC has legs whose lengths are 4 and 6.

في الرسم البياني أدناه، مثلث قائم الزاوية ABC طول ضلعيه 4 و 6.

What is the volume of the three-dimensional object formed by continuously rotating the right triangle about AB ?

ما هو المجسم الثلاثي الأبعاد الناتج من الدوران المستمر للمثلث حول الضلع AB ؟



- A.
- B.
- C.
- D.



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

8. Write the expression below in simplest form.

اكتب التعبير أدناه بأبسط صورة

$$\sqrt{-300}$$

- A.
- B.
- C.
- D.

9. Select **all** value(s) for which m in the following expression defined?

اختر كل القيم من العبارة التالية التي تعتبر فيها قيمة m غير معرفة؟

For this item type you can select 1, 2, 3, or all choices.

لهذه السؤال ، يمكن اختيار 1,2,3 أو كل الخيارات

$$\frac{15m^2n}{3-m}$$

- A.
- B.
- C.
- D.



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

10.

Suppose that $\left(-\frac{\sqrt{7}}{3}, y\right)$ is a point in quadrant II lying on the unit circle.

Find y .

في دائرة الوحدة، إذا كانت النقطة $\left(-\frac{\sqrt{7}}{3}, y\right)$ تقع في الربع الثاني.

فأوجد y .

A.

$$\frac{\sqrt{2}}{3}$$

B.

$$\frac{\sqrt{6}}{3}$$

C.

$$-\frac{\sqrt{3}}{3}$$

D.

$$\frac{\sqrt{7}}{3}$$



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

11. Select **all** true statements.

اختر كل العبارات الصحيحة.

- A. Since 13.1 is a terminating decimal, it is **rational**.
بما أن 13.1 عدد عشري منتهي، فهو عدد نسبي
- B. Since $\frac{14}{4}$ is a ratio of two integers, it is **rational**.
بما أن $\frac{14}{4}$ تناسب لعددين صحيحين، فهو عدد نسبي
- C. Since 7 is **not** a perfect square, $\sqrt{7}$ is **rational**.
إبما أن 7 ليس مربعاً كاملاً، فإن $\sqrt{7}$ يعتبر عدد نسبي
- D. Since 16 is a perfect square, $\sqrt{16}$ is **irrational**.
بما أن 16 مربعاً كاملاً، فإن $\sqrt{16}$ يعتبر عدد غير نسبي
- E. Since $5.\overline{84}$ is a repeating decimal, it is **rational**.
إبما أن $5.\overline{84}$ عدد عشري دوري، فهو عدد نسبي.



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

12. What is period of the graph of the function below?

ماهي دورة الدالة أدناه؟

$$y = -\frac{2}{3} \sin\left(\frac{3}{2}x\right)$$

A.

$$\frac{4}{3\pi}$$

B.

$$4\pi$$

C.

$$\frac{2\pi}{3}$$

D.

$$2\pi$$

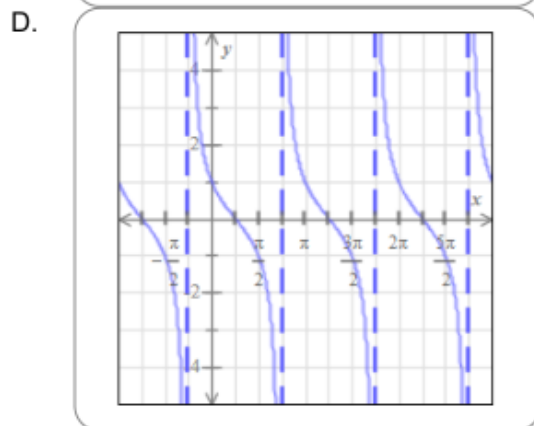
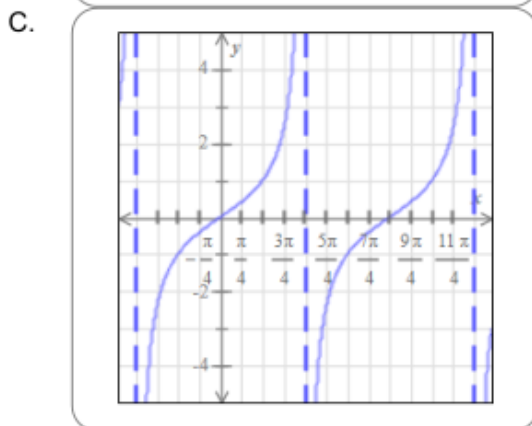
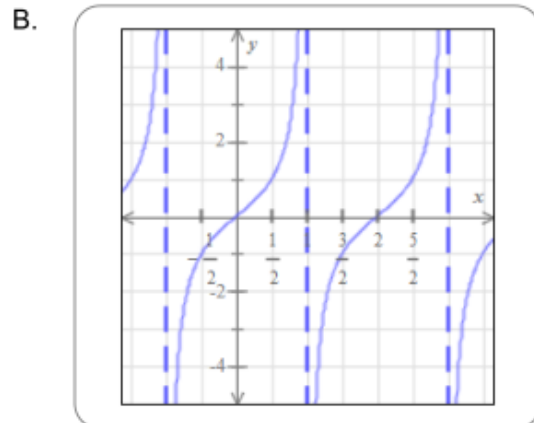
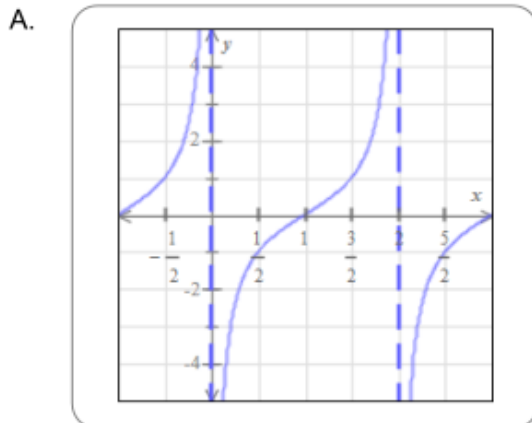


EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

13. Which graph represents the function
 $y = -\cot\left(\frac{\pi x}{2}\right)$?

أي من الرسوم البيانية التالية تمثل الدالة
 $y = -\cot\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ ؟





EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

14. What is the sum of $\sqrt{27}$ and $\sqrt{108}$?

ما هو حاصل جمع $\sqrt{27}$ و $\sqrt{108}$ ؟

A.

$$9\sqrt{3}$$

B.

$$\sqrt{135}$$

C.

$$3\sqrt{3}$$

D.

$$4\sqrt{27}$$



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

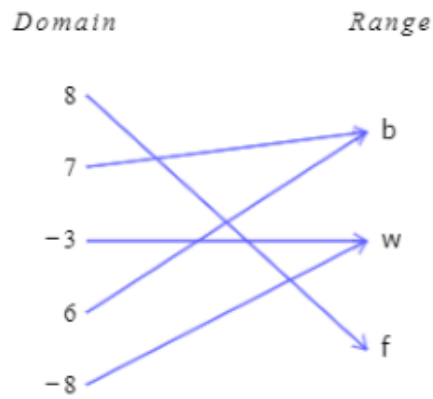
15. Select **all** relations that are a function.

اختر جميع العلاقات التي تمثل دوالاً.

A.

$\{(9, 5), (2, 5), (5, 5), (0, 5)\}$

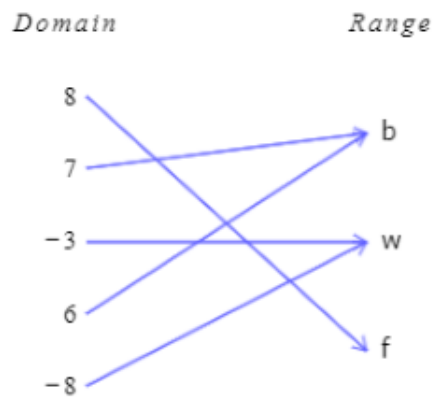
B.



C.

$\{(3, 2), (3, 3), (3, -4), (3, -1)\}$

D.





EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

16. Identify the image of point $(4, -2)$ after a dilation of 3. عرف صورة الأزواج المرتبة $(4, -2)$ بعد التمدد بـ 3.

- A. $(12, -6)$
- B. $\left(\frac{4}{3}, -\frac{2}{3}\right)$
- C. $(7, 1)$
- D. $(1, -5)$

17. Solve. حل المعادلة التالية :

$$y^2 - 3y = 9$$

- A. $\frac{3 \pm 3\sqrt{5}}{2}$
- B. $\frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2}$
- C. $\frac{3 \pm 3i\sqrt{5}}{2}$
- D. $\frac{3 \pm 3i\sqrt{3}}{2}$



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

18. Choose the correct classification for the conic given below.

اختر التصنيف الصحيح للشكل الذي تمثله
المعادلة أدناه.

$$2y^2 + 12y - x + 17 = 0$$

- | | | |
|----|-----------|-----------|
| A. | Parabola | قطع مكافئ |
| B. | Hyperbola | قطع زائد |
| C. | Circle | دائرة |
| D. | Ellipse | قطع ناقص |

19. Which equation represents a circle whose center is $(3, -1)$ and whose radius is $\sqrt{6}$?

أي المعادلات التالية توضح دائرة مركزها
 $(3, -1)$ ونصف قطرها $\sqrt{6}$ ؟

- | | |
|----|------------------------------|
| A. | $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 6$ |
| B. | $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 6$ |
| C. | $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 36$ |
| D. | $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 36$ |



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

20. If $m\angle A = 35$, $b = 3$, and $a = 4$, how many different triangles can be constructed?

إذا كان $m\angle A = 35$, $b = 3$, $a = 4$ ، كم عدد المثلثات المختلفة التي يمكن رسمها؟

- A. one obtuse triangle, only مثلث واحد فقط منفرج الزاوية
- B. one right triangle, only مثلث واحد فقط قائم الزاوية
- C. two triangles مثلثان
- D. no triangles can be constructed لا يمكن بناء أي مثلث



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

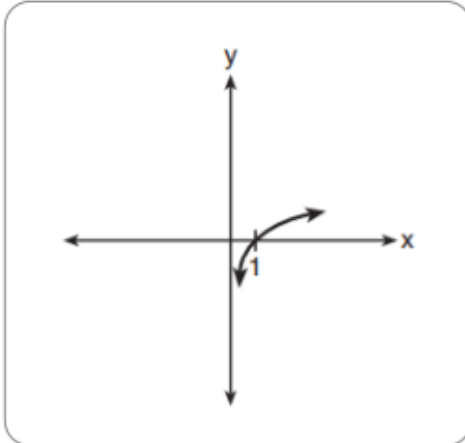
Appendix 2: Sample Item Types

21. Which sketch shows the inverse of the equation given below?

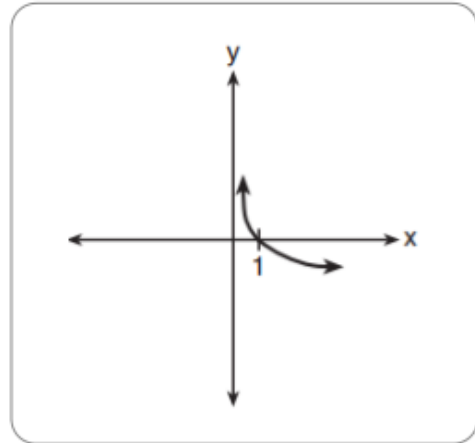
أي رسم يمثل المعادلة العكسية للمعادلة أدناه؟

$$y = a^x, a > 1$$

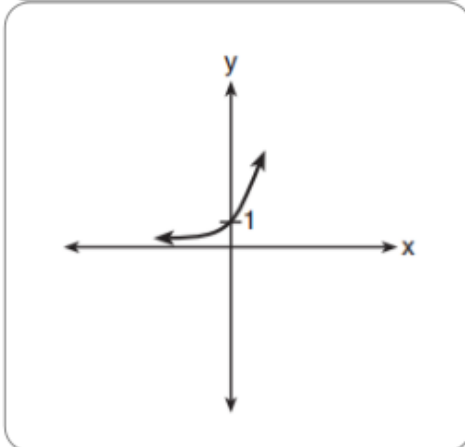
A.



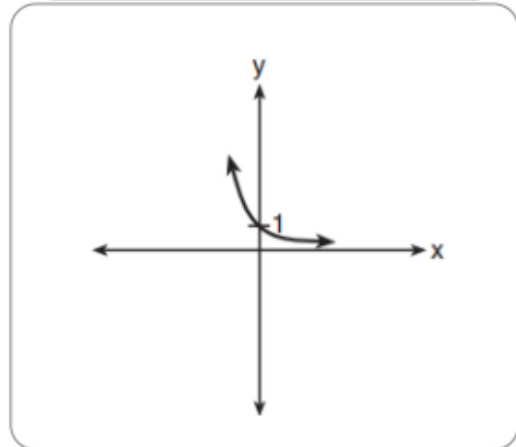
B.



C.



D.





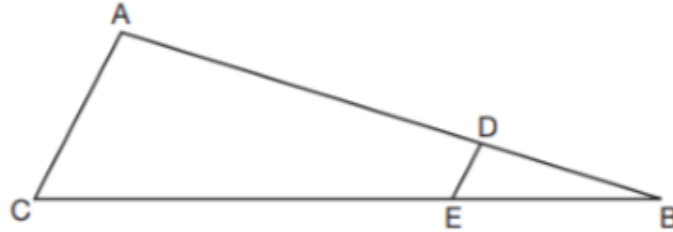
EmSAT Achieve Math
Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

22. What is the length of \overline{AC} ?

ما هو طول الضلع \overline{AC} ؟

$$\overline{AC} \parallel \overline{DE}, AD = 24, DB = 12, DE = 4$$



- A.
- B.
- C.
- D.



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

23. Aisha calculated the area of a piece of paper to be 50.27 cm^2 .

حسبت عائشة مساحة قطعة من الورق أنها
 50.27 cm^2

The actual area of the paper is
 55.42 cm^2 .

إلا أن المساحة الحقيقية لهذه الورقة هي
 55.42 cm^2

What is the margin of error in calculating
the area?

ماهي درجة الانحراف النسبي في حساب هذه
المساحة؟

- A.
- B.
- C.
- D.

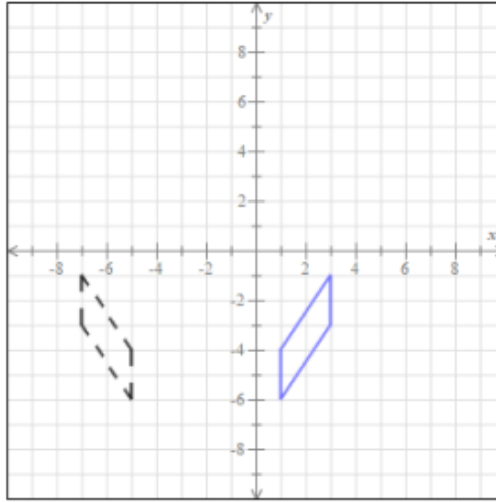


EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

24. How are these figures related?

ما العلاقة بين الشكلين أدناه؟



- A. Reflection إنعكاس
- B. Rotation دوران
- C. Translation إزاحة
- D. Not related لا توجد علاقة
- E. Dilation تكبير أو تصغير



EmSAT Achieve Math
Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

25. Simplify.

بسّط

$$\frac{y-x}{x^2-y^2}$$

A.

$$\frac{-1}{x+y}$$

B.

$$\frac{1}{x+y}$$

C.

$$\frac{-1}{x-y}$$

D.

$$\frac{1}{x-y}$$



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

26.

A frequency table of temperatures is created from an experiment in science class.

تم تكوين جدول تكراري لدرجات الحرارة من تجربة في صف العلوم.

| | | | | | |
|-----------|-----|-------|-------|-------|---------------------|
| Interval | 0-9 | 10-19 | 20-29 | 30-39 | الفترة (الحرارة) |
| Frequency | 7 | 5 | 6 | 13 | التكرار |

Which interval contains the median temperature?

ما هي الفترة التي تحتوي على وسيط درجة الحرارة؟

- A.
- B.
- C.
- D.



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

27. Which rotation about its center will map a regular decagon onto itself?

لدينا مضلع منتظم ذو عشرة أضلاع.

أي دوران حول نقطة المركز ينتج عنه مضلع ينطبق على نفسه؟

- A.
- B.
- C.
- D.



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

28.

Ahmed and Hamad play tennis each week.

The probability that Ahmed wins the first match against Hamad is $\frac{2}{3}$.

What is the probability that Ahmed wins **exactly** three of the next four matches against Hamad?

يلعب أحمد وحمد كرة التنس كل أسبوع.

احتمالية أن يفوز أحمد المباراة الأولى ضد حمد هو $\frac{2}{3}$ (مباراتان من أصل ثلاث).

ماهي احتمالية ان يفوز أحمد ثلاث مباريات بالضبط في الأربع مباريات القادمة ضد حمد؟

A.

$$\frac{32}{81}$$

B.

$$\frac{8}{81}$$

C.

$$\frac{16}{243}$$

D.

$$\frac{32}{243}$$



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

29. Find a solution to the following system of equations.

أوجد مجموعة الحل للمعادلات التالية.

$$x^2 + y^2 = 7$$

$$x^2 - y = 5$$

- A.
- B.
- C.
- D.

30. Solve for x.

أحل المعادلة التالية

$$\frac{2}{x+3} - \frac{3}{4-3} = \frac{2x-2}{x^2-x-12}$$

- A.
- B.
- C.
- D.



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

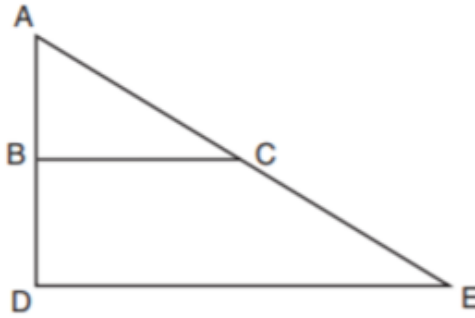
Appendix 2: Sample Item Types

31. $\triangle ADE$ is the image of $\triangle ABC$ after a dilation of scale factor k centered at the origin.

$\triangle ADE$ هو صورة للمثلث $\triangle ABC$ بعد تمدد بمعامل k حول نقطة الأصل.

Which statement is always true?

أي عبارة تكون صحيحة دائماً؟



- A. $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$
- B. $AC = CE$
- C. $\overline{AD} \perp \overline{DE}$
- D. $2AB = AD$



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

32.

There is a $\frac{3}{5}$ probability of rain on Sunday.

The probability that it will rain on both Sunday and Monday is $\frac{3}{10}$.

If it rains on Sunday, what is the probability that it will rain on Monday?

هناك احتمالية $\frac{3}{5}$ لسقوط المطر يوم الأحد.

واحتمالية سقوطه يومي الأحد والاثنين هي $\frac{3}{10}$.

إذا كانت ستمطر يوم الأحد، ما احتمالية أنها ستمطر يوم الاثنين؟

A.

$$\frac{1}{2}$$

B.

$$\frac{3}{10}$$

C.

$$\frac{9}{50}$$

D.

$$\frac{9}{10}$$



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

33. A rhombus has diagonals with lengths 16 and 30.

لدى مَعين أقطار أطوالها 16 و 30

What is the length of a side of the rhombus?

ما هو طول أحد أضلاع المَعين؟

- A.
- B.
- C.
- D.

34. Identify the **statistical data type** for the following variable: a medal won at the Olympics (gold, silver, bronze, or none).

حدد المعيار الاحصائي للمتغير التالي: ميدالية تم الفوز بها بالأولمبية (الذهبي، الفضي، البرونزي، لا شيء).

- A. إسمي
- B. معيار ترتيبي
- C. فترات
- D. نسب



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

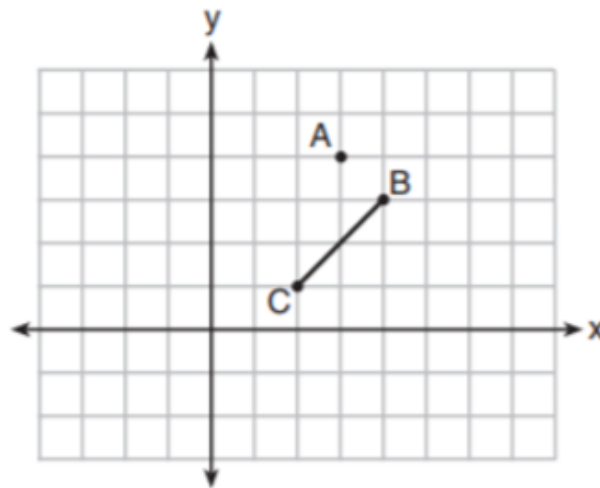
Appendix 2: Sample Item Types

35. Points $A(3, 4)$, $B(4, 3)$, $C(2, 1)$ are graphed below.

النقاط $A(3, 4)$, $B(4, 3)$, $C(2, 1)$ ، تم رسمها
بيانياً أدناه.

What are the coordinates of B' and C' after \overline{BC} undergoes a dilation centered at point A with scale factor of 2?

ماهي إحداثيات B' و C' بعد تمدد \overline{BC} حول
النقطة A بمعامل تكبير 2؟



A.

$$B'(5, 2) \text{ \& } C'(1, -2)$$

B.

$$B'(6, 1) \text{ \& } C'(0, -1)$$

C.

$$B'(5, 0) \text{ \& } C'(1, -2)$$

D.

$$B'(5, 2) \text{ \& } C'(3, 0)$$



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 2: Sample Item Types

Key:

1. A.
2. A.
3. A.
4. A.
5. A.
6. A.
7. A.
8. A.
9. A. B. C.
10. A.
11. A. B.
12. A.
13. A.
14. A.
15. A. B.
16. A.
17. A.
18. A.
19. A.
20. A.
21. A.
22. A.
23. A.
24. A.
25. A.
26. A.
27. A.
28. A.
29. A.
30. A.
31. A.
32. A.
33. A.
34. A.
35. A.



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 3: Formulas



Perimeter (P) and Circumference (C):

| Quantity | Formula |
|------------------------------|------------------------------|
| Perimeter of a square | $P = 4d$ |
| Perimeter of a quadrilateral | $P = s_1 + s_2 + s_3 + s_4$ |
| Perimeter of a triangle | $P = s_1 + s_2 + s_3$ |
| Perimeter of Trapezoid | $P = \frac{h(b_1 + b_2)}{2}$ |
| Circumference of a circle | $C = 2\pi r$ |

Volume (V):

| Quantity | Formula |
|---------------------------------|---------------------------|
| Volume of a cube | $V = s^3$ |
| Volume of a rectangular prism | $V = lwh$ |
| Volume of a right cylinder | $V = \pi r^2 h$ |
| Volume of a sphere | $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ |
| Volume of a cone | $V = \pi r^2 \frac{h}{3}$ |
| Volume of a rectangular pyramid | $V = \frac{lwh}{3}$ |
| Volume of a triangular prism | $V = \frac{bhl}{2}$ |

Area (A):

| Quantity | Formula |
|-------------------------|-----------------------|
| Area of square | $A = s^2$ |
| Area of a rectangle | $A = l \times w$ |
| Area of a circle | $A = \pi r^2$ |
| Area of a triangle | $A = \frac{bh}{2}$ |
| Area of a parallelogram | $A = bh$ |
| Area of trapezoid | $A = \frac{a+b}{2} h$ |
| Area of a rhombus | $A = \frac{pq}{2}$ |
| Area of Ellipse | $A = \pi r_1 r_2$ |
| Area of Cube | $A = 6s^2$ |

Surface area (SA):

| Quantity | Formula |
|-----------------------------------|---------------------------|
| Surface area of rectangular prism | $SA = 2(wl + hl + hw)$ |
| Surface area of a cube | $SA = 6s^2$ |
| Surface area of cylinder | $SA = 2\pi rh + 2\pi r^2$ |
| Surface area of a sphere | $SA = 4\pi r^2$ |
| Surface area of cone | $SA = \pi rs$ |

Units Conversion:

| | | | | |
|--------------------|------------------|--------------------------|---------------------|---------------------|
| 1 cm = 10 mm | 1 g = 1000 mg | 1 mL = 1 cm ³ | K = °C + 273.15 | 1 psi = 0.068 atm |
| 1 m = 100 cm | 1 kg = 1000 g | 1 dL = 100 mL | °C = (F - 32) x 5/9 | 1 atm = 101.325 kPa |
| 1 m = 1000 mm | 1 mg = 1000 µg | 1 L = 10 dL | 1 cal = 4.184 J | 1 atm = 760 mmHg |
| 1 km = 1000 m | 1 lb = 16 oz | 1 L = 1000 mL | | 1 atm = 1.01325 bar |
| 1 ft = 12 in | 1 kg = 2.20 lb | 1 pint = 2 cups | | 1 mmHg = 1 torr |
| 1 yard = 3 ft | 454 g = 1 lb | 1 qt = 4 cups | | |
| 1 mile = 5280 ft | 1 ton = 907.2 kg | 1 gallon = 4 qts | | |
| 1 in = 2.54 cm | | 946 mL = 1 qt | | |
| 1 yd = 0.914 m | | 1 L = 1.06 qt | | |
| 1 km = 0.621 miles | | | | |



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 3: Formulas



Logarithms:

| | |
|---|---|
| 1 | $x = \log_b A \leftrightarrow b^x = A$ |
| 2 | $\log x = \log_{10} x$ |
| 3 | $\ln x = \log_e x$ |
| 4 | $\ln x = \log_e x$ |
| 5 | $\log_b (AB) = \log_b A + \log_b B$ |
| 6 | $\log_b \left(\frac{A}{B}\right) = \log_b A - \log_b B$ |
| 7 | $\log_b A^p = p \log_b A$ |

Exponential Equation:

$$A = A_0 e^{rt}$$

r is the annual growth/decay rate; $r < 0$, decay $r > 0$, growth

t is time in years

A_0 is amount present initially (present value)

A is the target value (future value)

Compound Interest Equations:

Compound interest: $A = P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$

Continuous compound interest: $A = Pe^{rt}$

P = present value

A = future value

r = annual interest rate

t = time in years

n = frequency of compounding per year



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 3: Formulas



Vectors:

$$\mathbf{v} = a\mathbf{i} + b\mathbf{j}$$

\mathbf{i} is the terminal point (1, 0)

\mathbf{j} is the terminal point (0, 1)

\mathbf{u} has initial point (x_1, y_1) and terminal point (x_2, y_2)

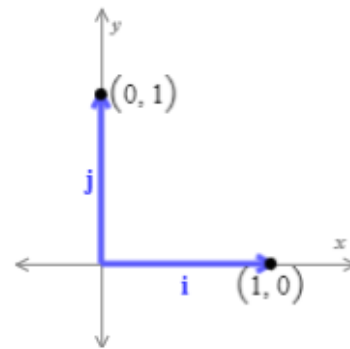
$$\mathbf{u} = (x_2 - x_1)\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j}$$

\mathbf{v} has initial point (x_1, y_1) and terminal point (x_2, y_2)

$$\mathbf{v} = \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$$

magnitude of a vector $\mathbf{v} = a\mathbf{i} + b\mathbf{j}$ is given by the formula

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$



Dot product vectors:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = a_1a_2 + b_1b_2$$

$$\mathbf{u} = a_1\mathbf{i} + b_1\mathbf{j} \text{ and } \mathbf{v} = a_2\mathbf{i} + b_2\mathbf{j}$$

$$\mathbf{u} = \langle a_1, b_1 \rangle \text{ and } \mathbf{v} = \langle a_2, b_2 \rangle$$



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 3: Formulas



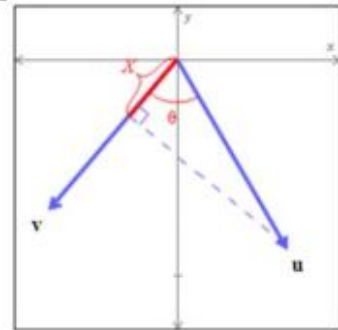
Angle between vectors:

For any two nonzero vectors u and v , the angle θ between them is given by

$$\cos \theta = \frac{u \cdot v}{|u||v|}$$

Component of a vector along a vector:

For any two nonzero vectors u and v , the angle θ between them is given by $\cos \theta = \frac{u \cdot v}{|u||v|}$



Complex Numbers:

$$i = \sqrt{-1}$$



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 3: Formulas



Limit Theorems:

| | |
|--|--|
| <i>If $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ and $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ exist, then we have the following:</i> | |
| 1 | $\lim_{x \rightarrow a} c = c$ for any constant c |
| 2 | $\lim_{x \rightarrow a} x = a$ |
| 3 | $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ |
| 4 | $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ |
| 5 | $\lim_{x \rightarrow a} cf = c \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ for any constant c |
| 6 | $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ |
| 7 | $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$, as long as $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$ |
| 8 | $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]^n$ for any positive integer n |
| 9 | $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$ for any positive integer n . (if n is even, then $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ must be positive.) |



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 3: Formulas



SERIES:

| | | |
|-----------|---|---|
| Aritmetic | $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$ | $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ |
| Geometric | $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ | $S_n = a_1 \frac{(1 - r^n)}{1 - r}$ |
| Bionomial | $(a + b)^n = {}_n C_0 a^n b^0 + {}_n C_1 a^{n-1} b^1 + {}_n C_2 a^{n-2} b^2 + \dots + {}_n C_n a^0 b^n$ ${}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ for $r = 0, 1, 2, \dots, n$. | $(a + b)^n = \sum_{r=0}^n {}_n C_r a^{n-r} b^r$ |

Conics:

| | | |
|-----------|--|--|
| Distance | $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ | |
| Midpoint | $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ | |
| Circle | $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ | |
| | Horizontal Major Axis | Vertical Major Axis |
| Parabola | $(x - h)^2 = 4p(y - k)$ Vertex: (h, k) Focus: (h, k+p) Direcrix: $y = k - p$ | $(y - k)^2 = 4p(x - h)$ Vertex: (h,k) Focus: (h+p, K) Directrix: $x = h - p$ |
| Ellipse | Standard form: $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ Center: (h, k) Vertices: $(h \pm c, k)$ where $c^2 = a^2 + b^2$ Endpoints of minor axis: $(h, k \pm b)$ Foci: $(h \pm c, k)$ | Standard form: $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$ Center: (h, k) Vertices: $(h, k \pm c)$ where $c^2 = a^2 + b^2$ Endpoints of minor axis: $(h \pm b, k)$ Foci: $(h, k \pm c)$ |
| Hyperbola | Standard form: $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ Center: (h, k) Vertices: $(h \pm a, k)$ Foci: $(h, k \pm c)$ where $c^2 = a^2 + b^2$ Transverse axis: $y = k$ Asymptotes: $y = \pm \frac{b}{a}(x - h) + k$ | Standard form: $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$ Center: (h, k) Vertices: $(h, k \pm a)$ Foci: $(h, k \pm c)$ where $c^2 = a^2 + b^2$ Transverse axis: $x = h$ Asymptotes: $y = \pm \frac{a}{b}(x - h) + k$ |

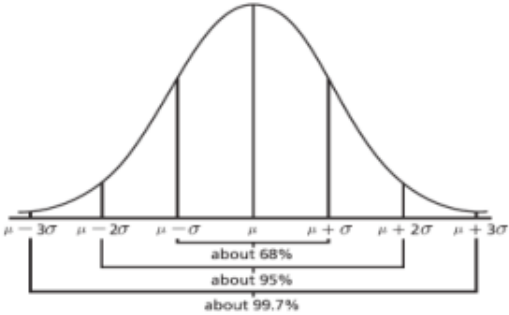


EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 3: Formulas



Statistics:

| | |
|---------------------------|---|
| Normal Curve Distribution |  |
| Standard Deviation | <p>The standard deviation, σ, for values $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ with mean μ is determined by the following:</p> $\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \dots + (x_n - \mu)^2}{n}}$ |
| Correlation Coefficient | $r = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2][n \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$ <p> n = number of pairs of scores $\sum xy$ = sum of the products of paired scores $\sum x$ = sum of x scores $\sum y$ = sum of y scores $\sum x^2$ = sum of squared x scores $\sum y^2$ = sum of squared y scores </p> |



EmSAT Achieve Math Public Test Specification

Appendix 3: Formulas



Cramer's Rule for Solving a System of Linear Equations:

For a 2×2 System:

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y &= c_1 \\ a_2x + b_2y &= c_2 \end{aligned} \quad x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

For a 3×3 System:

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y + c_1z &= d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z &= d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z &= d_3 \end{aligned} \quad x = \frac{\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}} \quad z = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}$$